# Betingelser For Konvergens

Goutham Jørgen Surendran

6. august 2015

**Resumé**

Formålet med noten er, at give en kort introduktion til Inada-betingelserne/konvergenskravene. Betingelser er tilstrækkelig til at globalt, monotonisk konvergens[1], og dermed et strengt positivt steady state. De vil altid være opfyldt for en Solow i diskret(/kontiuert) tid (pånær i åben økonomien, kap 4,[2] eller endogen vækst, kap 8). [3]. Noten er ikke pensum, men betingelserne skal tjekkes hyppigt i Makro A.

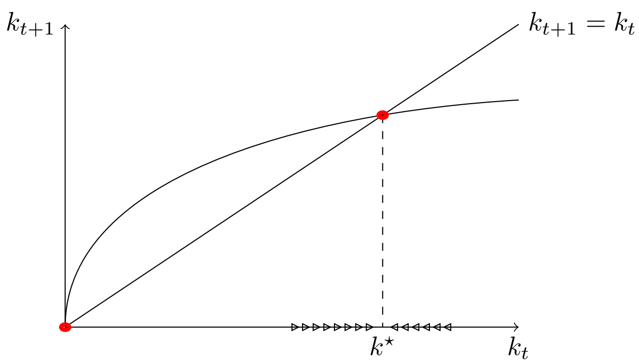
## Stabil 0-punkt

For en funktion $f(k_t) = k_{t+1}$ har vi at for $k_t = 0$:

$$f(0) = 0$$

**Intuition**: Eksisterer der ingen streng positiv mængde at kapital produceres der ikke, $y = 0$. Dermed er der ingen opsparing og ingen investeringer i ny kapital.

Figur 1: Transitionsdiagram, de to stabile punkter markeret




Bemærk at $f(0) = 0$ er et steady state for en økonomi i specialtilfældet $k_0 = 0$.

---

[1] Fodnote 8, s. 71 i [?]

[2] Her skal stabilitetsbetingelsen være opfyldt, $s\bar{r} < n \rightarrow$ afkast fra den øgede formue er mindre end reinvesteringskravet (husk antagelsen $\delta = 0$)

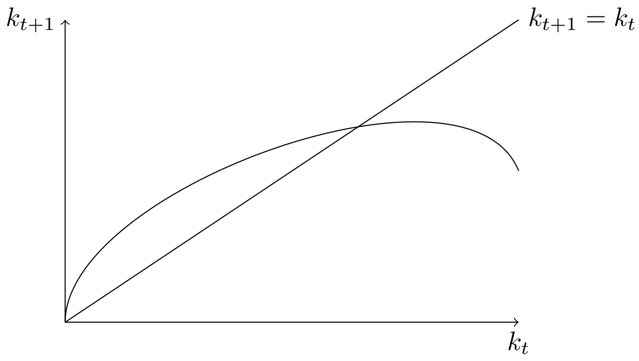
[3] Eventuelle afvigelser for modeller i kontinuer tid, se fodnoten til den relevante betingelse.

## Voksende funktion

$f(x)$er en overalt voksende funktion, $f'(x) > 0$ hvilket i Solow-modeller betyder:

$$\frac{dk_{t+1}}{dk_t} > 0$$

Figur 2: Transition med $\frac{dk_{t+1}}{dk_t} < 0$




Intuition: Marginalproduktet fra kapital, $MP_k$, er positivt.

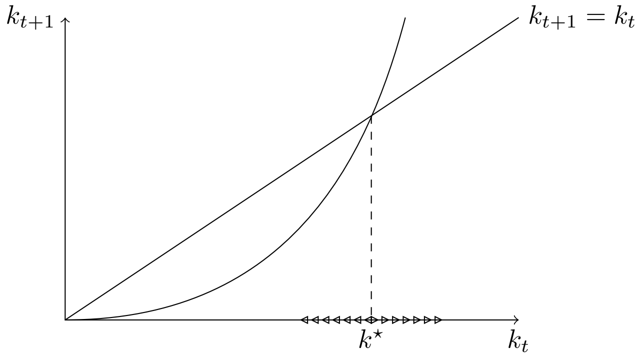
## Konkav funktion

$f(x)$ er aftagende og dermed konkav, $f''(x) < 0$ hvilket i Solow-modeller betyder:

$$\frac{d^2k_{t+1}}{dk_t^2} < 0$$

**Intuition**: Marginalproduktet fra kapital, $MP_k$, er faldende. I modellen er der faldende skalaafkast til $K_t$, $(\alpha < 1)$

Figur 3: Transition hvis $\frac{d^2k_{t+1}}{dk_t^2} > 0$



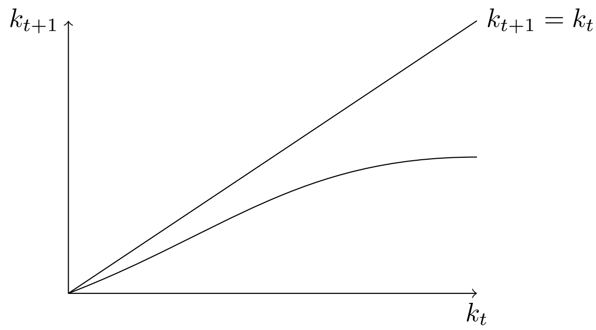
## Nedre Inada-betingelser[4]

Betingelsen sikrer at mængden kapital er voksende, og "skyder" over45°−linjen

$$\lim_{k_t \to 0} \frac{dk_{t+1}}{dk_t} > 1$$

Ved en meget et lille kapitalintensitet (mindre end $k^\star$), vil en marginal forøgelse af $k_t$ øge $k_{t+1}$ med mere end forøgelsen i $k_t$.

Figur 4: Transition med $\lim_{k_t \to 0} \frac{dk_{t+1}}{dk_t} < 1$




Intuition: Omkring punktet er marginalproduktet højt hvorfor produktionen stiger markant (mere end $k_t$)→ indkomst → opsparing → investering→ kapitalintensiteten i $t+1$ stiger markant (mere end $k_t$).

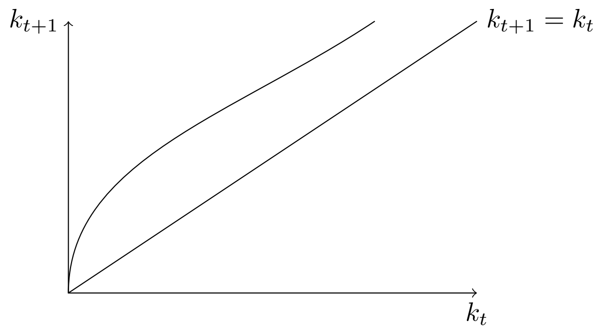
## Øvre Inada-betingelser[5]

Matematisk sikrer det et steady state som og at økonomien er ikke-eksplosiv:

$$\lim_{k_t \to \infty} \frac{dk_{t+1}}{dk_t} < 1$$

Ved en meget høj kapitalintensitet (større end $k^\star$), vil den marginal forøgelse i $k_t$ være større end $k_{t+1}$.

Figur 5: Transition med $\lim_{k_t \to \infty} \frac{dk_{t+1}}{dk_t} = 1$




**Intuition**: Omkring punktet er marginalproduktet lavt, hvorfor produktionen stiger marginalt→ indkomst → opsparing → investering→ kapitalintensiteten i $t+1$ stiger marginalt.

[4] I kontinuer tid: $\lim_{k_t \to 0} \frac{d\dot{k}}{dk} = \infty$

[5] I kontinuet tid: $\lim_{k_t \to 0} \frac{d\dot{k}}{dk} = 0$